1a 110, 116, 122, ... (steeds 6 erbij).

1b 607,5, 911,25, 1366,875 ... (steeds keer 1,5).

1c 51, 66, 83, ... (steeds 2 meer erbij).

1d 60, 97, 157, ... (steeds de voorgaande 2 getallen optellen).

2a Tik in 6 ENTER, en vervolgens 3 × ANS − 1 0 ENTER ENTER ENTER...
Je krijgt: $u_6 = 734$ en $u_8 = 6\,566$.

2b De twaalfde term is $u_{11} = 177\,152$.

3a Tik in 1 0 0 0 ENTER, en vervolgens 1 . 1 × ANS − 5 0 ENTER ENTER...
De zesde term is $u_5 = 1305{,}255$.

3b $u_7 \approx 1474{,}4 < 1500$ en $u_8 \approx 1571{,}8 > 1500 \Rightarrow$ vanaf de negende term.

4a $u_n = u_{n-1} + 5$. 4b $u_n = 3 \cdot u_{n-1}$. 4c $u_n = u_{n-1} - 3$. 4d $u_n = -2 \cdot u_{n-1}$.

5a 1, 7, 19, 43, 91, ...

5b $u_7 = 763 < 1500$ en $u_8 = 1531 > 1500 \Rightarrow$ vanaf de negende term.

6a $u_n = 3 + 4u_{n-1}$ met $u_0 = 8$ geeft $u_5 = 9\,215$.

6b $u_n = u_{n-1} + 2{,}1$ met $u_0 = 4$ geeft $u_5 = 14{,}5$.

6c $u_n = 5 + 2\sqrt{u_{n-1}}$ met $u_0 = 100$ geeft $u_5 \approx 11{,}97$.

6d $u_n = 1{,}3u_{n-1}$ met $u_0 = 2$ geeft $u_5 \approx 7{,}43$.

6e $u_n = \frac{10}{u_{n-1}} + 2$ met $u_0 = 3$ geeft $u_5 \approx 4{,}39$.

7a $u_n = u_{n-1} + 3$ met $u_0 = 48$. 7b $u_n = \frac{1}{2}u_{n-1}$ met $u_0 = 20$. 7c $u_n = u_{n-1} - 5$ met $u_0 = 20$.

8a De juiste formule is $u_n = 1{,}04 \cdot u_{n-1} - 100$ met $u_0 = 1000$.

8b $u_{13} \approx 2{,}39$ en $u_{14} \approx -97{,}51 \Rightarrow$ op 1-1-2020 is er te weinig.

9a $u_n = 1{,}06 \cdot u_{n-1} - 50$ met $u_0 = 1750$.

9b Bij 1-1-2019, direct na het opnemen, hoort $u_{12} \approx 2\,677{,}85$ (€).

9c $u_{14} \approx 2\,905{,}83$ (€) en $u_{15} \approx 3030{,}18$ (€) $\Rightarrow$ op 1-1-2022.

9d De rente van 2007 dus $0{,}06 \cdot 1750 = 105$ (€).

10a $u_n = 0{,}70 \cdot u_{n-1} + 3000$ met $u_0 = 20\,000$.

10b Bij 6 maart, na het bijvullen, hoort $u_5 \approx 11\,681$ (liter).

10c $u_n = u_{n-1} \Rightarrow u_n = 0{,}70 \cdot u_n + 3000 \Rightarrow 0{,}30 \cdot u_n = 3000 \Rightarrow u_n = 10\,000$.
De grenswaarde is 10 000 (liter).

11a Elke term is de som van de twee voorafgaande termen.

11b Omdat je de twee voorafgaande termen nodig hebt.

11c De volgende acht: 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 en 377.

12a $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_0 = 2$ is de rij 2, 8, 14, 20, 26, ...

12b 2, 8, 14, 20, 26, ... $\Rightarrow u_n = 2 + 6 \cdot n$. Dus $a = 6$. 12c $u_{1000} = 2 + 6 \cdot 1000 = 6\,002$.

13a De 8^e term is $u_7 = 7^2 + 2 \cdot 7 = 49 + 14 = 63$.

13b De 20^e term is $v_{19} = 19^3 - 3 \cdot 19 + 1 = 6\,803$.

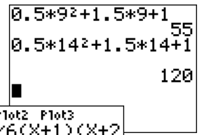
13c $w_n = (n+3)(n-2) = 500$ ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots \Rightarrow$ TABLE) $\Rightarrow n = 22 \Rightarrow w_{22} = 500$. Dus de 23^e term.

14a $u_3 = u_2 + 3 = 13 + 3 = 16;\ \ u_4 = u_3 + 4 = 16 + 4 = 20$ en $u_5 = u_4 + 5 = 20 + 5 = 25.$

14b $u_1 = 0{,}5 \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 10 = 11$ (gegeven in opgave 14) $\Rightarrow b + 10{,}5 = 11 \Rightarrow b = 0{,}5.$

15a $u_0 = 1;\ \ u_1 = 1 + 1 + 1 = 3;\ \ u_2 = 3 + 2 + 1 = 6;\ \ u_3 = 6 + 3 + 1 = 10;\ \ u_4 = 10 + 4 + 1 = 15$ en $u_5 = 15 + 5 + 1 = 21.$

15b In een stapel van 5 lagen *totaal* $= u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35.$

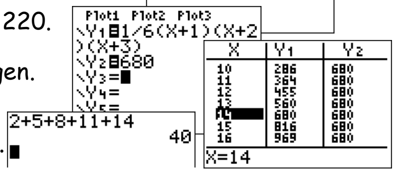


15c In de 10^e laag $u_9 = 0{,}5 \cdot 9^2 + 1{,}5 \cdot 9 + 1 = 55$ en in de 15^e laag $u_{14} = 0{,}5 \cdot 14^2 + 1{,}5 \cdot 14 + 1 = 120.$

15d In een stapel van 10 lagen $v_9 = \frac{1}{6} \cdot (9+1) \cdot (9+2) \cdot (9+3) = \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 10 \cdot 11 \cdot 2 = 220.$

15e $v_n = \frac{1}{6} \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3) = 680$ (TABLE) $\Rightarrow n = 14 \Rightarrow$ de stapel bestaat uit 15 lagen.

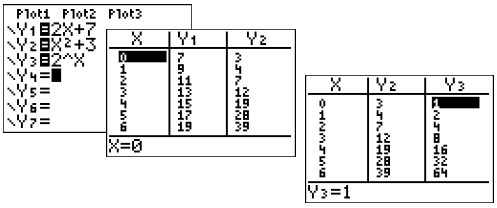
16 $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = (2 + 3 \cdot 0) + (2 + 3 \cdot 1) + (2 + 3 \cdot 2) + (2 + 3 \cdot 3) + (2 + 3 \cdot 4) = 40.$



17 $\sum_{k=0}^{5} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72.$

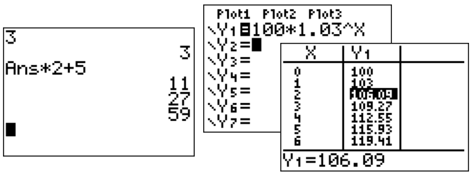
$\sum_{i=0}^{4} v_i = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 3 + 4 + 7 + 12 + 19 = 45.$

$\sum_{k=0}^{4} w_k = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31.$



18 $\sum_{k=0}^{3} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 3 + 11 + 27 + 59 = 100.$

$\sum_{j=0}^{2} v_j = v_0 + v_1 + v_2 = 100 + 103 + 106{,}09 = 309{,}09.$

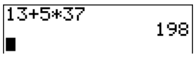


19 rij I: verschil steeds 3; rij II: verschil steeds 20; rij III: verschil steeds <u>2 meer</u>;
rij IV: verschil steeds -5; rij V: verschil steeds -1. Dus rij III hoort er niet bij.

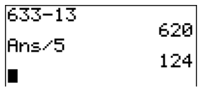
20a Er is een constant verschil van $5 \Rightarrow v = 5.$

20b Recursieve formule van deze rr: $u_n = u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 13$; directe formule van deze rr: $u_n = 13 + 5 \cdot n.$

20c De 38^e term is $u_{37} = 13 + 5 \cdot 37 = 198.$



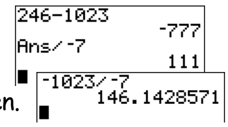
20d $u_n = 633 \Rightarrow 13 + 5 \cdot n = 633 \Rightarrow 5 \cdot n = 620 \Rightarrow n = 124.$ Dus $u_{124} = 633.$ Dit is de 125^e term.



21a Een rr met $u_0 = 1023$ en $v = -7 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 1023 - 7 \cdot n.$

$u_n = 246 \Rightarrow 1023 - 7 \cdot n = 246 \Rightarrow -7 \cdot n = -777 \Rightarrow n = 111.$ Dus $u_{111} = 246.$ Dit is de 112^e term.

21b $u_n > 0 \Rightarrow 1023 - 7 \cdot n > 0 \Rightarrow -7 \cdot n > -1023 \Rightarrow n < 146{,}14... \Rightarrow n \leq 146.$ Dus 147 positieve termen.

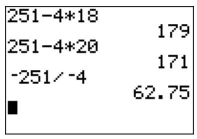


22a Een rr met $u_0 = 251$ en $v = -4 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 251 - 4 \cdot n.$

22b $u_{18} = 251 - 4 \cdot 18 = 251 - 72 = 179.$

22c De 21^e term is $u_{20} = 251 - 4 \cdot 20 = 251 - 80 = 171.$

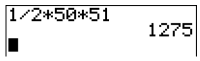
22d $u_n < 0 \Rightarrow 251 - 4 \cdot n < 0 \Rightarrow -4 \cdot n < -251 \Rightarrow n > 62{,}75 \Rightarrow n \geq 63.$ Vanaf de 64^e term is $u_n < 0.$



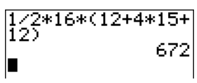
23a $2 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100) = 100 \cdot 101 \Rightarrow 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 101.$

23b
$$\begin{array}{l} 1 + \ 2 + \ 3 + ... + 48 + 49 + 50 \\ \underline{50 + 49 + 48 + ... + \ 3 + \ 2 + \ 1} \ + \\ 51 + 51 + 51 + ... + 51 + 51 + 51 \end{array}$$

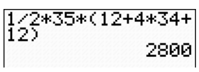
(50 keer het getal 51) Dus $1 + 2 + 3 + ... + 48 + 49 + 50 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 51 = 1275.$



24a $\sum_{k=0}^{15} u_k = \frac{1}{2} \cdot \text{aantal termen} \cdot (u_0 + u_{15}) = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (12 + 4 \cdot 15 + 12) = 8 \cdot 84 = 672.$



24b $\sum_{k=0}^{34} u_k = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot (u_0 + u_{34}) = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot (12 + 4 \cdot 34 + 12) = 2\,800.$



24c $\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (12 + 4n + 12) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (24 + 4n)$.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=1/2*(X+1)(24
+4X)
\Y2=500
\Y3=
```

24d $\sum_{k=0}^{n} u_k > 500 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (24 + 4n) > 500$ (TABLE of intersect) $\Rightarrow n \geq 13$. Dus vanaf $n = 13$.

X	Y1	Y2
9	300	500
10	352	500
11	408	500
12	468	500
13	532	500
14	600	500
15	672	500

X=13

25a $u_n = 3n + 4$ is een rr met $v = 3 \Rightarrow \sum_{k=0}^{24} u_k = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (u_0 + u_{24}) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (4 + 3 \cdot 24 + 4) = 1000$.

```
1/2*25*(4+3*24+4
)
            1000
```

25b $u_n = 6n + 11$ is een rr met $v = 6 \Rightarrow \sum_{k=0}^{20} (6k + 11) = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot (u_0 + u_{20}) = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot (11 + 6 \cdot 20 + 11) = 1\,491$.

```
1/2*21*(11+6*20+
11)
            1491
```

25c $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_0 = 10$ is een rr met $v = 6 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 6n + 10$.
$\sum_{k=0}^{24} u_k = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (u_0 + u_{24}) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (10 + 6 \cdot 24 + 10) = 2\,050$.

```
1/2*25*(10+6*24+
10)
            2050
```

25d $u_n = 2n + 8$ is een rr met $v = 2 \Rightarrow \sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (8 + 2n + 8) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (2n + 16)$.

25e rr met $u_0 = 18$ en $v = 3 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 3n + 18$. $u_n = 81 \Rightarrow 3n + 18 = 81 \Rightarrow 3n = 63 \Rightarrow n = 21$.
$\sum_{k=0}^{21} u_k = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot (u_0 + u_{21}) = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot (18 + 3 \cdot 21 + 18) = 1089$.

```
81-18
              63
Ans/3
              21
1/2*22*(18+3*21+
18)
            1089
```

26 rr met $u_0 = 100$ en $v = -3 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = -3n + 100$. $u_n > 0 \Rightarrow -3n + 100 > 0 \Rightarrow -3n > -100 \Rightarrow n < 33{,}3...$
$\sum_{k=0}^{33} u_k = \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot (u_0 + u_{33}) = \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot (100 - 3 \cdot 33 + 100) = 1717$.

```
-100/-3
     33.33333333
1/2*34*(100-3*33
+100)
            1717
```

```
1/2*22*(12+4*21+
12)
            1188
```

27 rr met $u_0 = 12$ en $v = 4 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 4n + 12 \Rightarrow \sum_{k=0}^{21} u_k = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot (u_0 + u_{21}) = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot (12 + 4 \cdot 21 + 12) = 1188$.

28 rr met $u_0 = 78$ en $v = 2 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 2n + 78$ (voor $n \leq 44$).
Aantal plaatsen: $\sum_{k=0}^{44} u_k + 3320 = \frac{1}{2} \cdot 45 \cdot (u_0 + u_{44}) + 3320 = \frac{1}{2} \cdot 45 \cdot (78 + 2 \cdot 44 + 78) + 3320 = 8\,810$.
De prijs van een kaartje wordt $\frac{100000}{8810} \approx 11{,}35$ dollar.

```
1/2*45*(78+2*44+
78)+3320
            8810
100000/8810
      11.3507378
```

```
1/2*25*(30.62+0.
15*24+30.62)
           810.5
Ans/60
     13.50833333
Ans*60-13*60
            30.5
```

29a rr met $u_0 = 30{,}62$ en $v = 0{,}15 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 0{,}15n + 30{,}62$.
$\sum_{k=0}^{24} u_k = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (u_0 + u_{24}) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (30{,}62 + 0{,}15 \cdot 24 + 30{,}62) = 810{,}5 \Rightarrow$ Eindtijd: 13 min. en 30,5 sec.

```
1/2*25*(35.76-0.
22*24+35.76)
             828
Ans/60
            13.8
Ans*60-13*60
              48
```

29b rr met $u_0 = 35{,}76$ en $v = -0{,}22 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = -0{,}22n + 35{,}76$.
$\sum_{k=0}^{24} u_k = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (u_0 + u_{24}) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (35{,}76 - 0{,}22 \cdot 24 + 35{,}76) = 828 \Rightarrow$ Eindtijd: 13 min. en 48 sec.

30a rr met $u_0 = 4{,}9$ en $v = 9{,}8 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 9{,}8n + 4{,}9$.
$\sum_{k=0}^{5} u_k = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (u_0 + u_5) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (4{,}9 + 9{,}8 \cdot 5 + 4{,}9) = 176{,}4$ (m).

```
1/2*6*(4.9+9.8*5
+4.9)
           176.4
```

30b $\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (4{,}9 + 9{,}8n + 4{,}9) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (9{,}8 + 9{,}8n)$
$= \frac{1}{2} \cdot (9{,}8n + 9{,}8n^2 + 9{,}8 + 9{,}8n) = \frac{1}{2} \cdot (9{,}8n^2 + 19{,}6n + 9{,}8) = 4{,}9n^2 + 9{,}8n + 4{,}9$.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=4.9X²+9.8X+4
.9
\Y2=1960
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
```

X	Y1	Y2
14	1102.5	1960
15	1254.4	1960
16	1416.1	1960
17	1587.6	1960
18	1768.9	1960
19	1960	1960
20	2160.9	1960

X=19

30c $\sum_{k=0}^{n} u_k = 1960 \Rightarrow 4{,}9n^2 + 9{,}8n + 4{,}9 = 1960$ (TABLE) $\Rightarrow u_{19} = 1960$. Dus na 20 seconden.

31 rij I: het quotiënt van twee opeenvolgende termen is steeds 2; bij rij II is dat $\frac{1}{2}$ en bij IV is dat $\frac{1}{4}$.
rij III: verschil steeds <u>1 meer</u>. Dus rij III hoort er niet bij.

32a Het quotiënt van twee opeenvolgende termen is steeds 1,2.

32b mr met $u_0 = 1250$ en $r = 1{,}2 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 1250 \cdot 1{,}2^n$.

32c $u_{10} = 1250 \cdot 1{,}2^{10} \approx 7\,740$.

32d De 13^e term is $u_{12} = 1250 \cdot 1{,}2^{12} \approx 11145$.

32e $u_n > 15\,000 \Rightarrow 1250 \cdot 1{,}2^n > 15\,000$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 14$. Dus vanaf $n = 14$.

```
1250                1250
Ans*1.2
                    1500
                    1800
                    2160
                    2592
```

```
1250*1.2^10
          7739.670528
1250*1.2^12
          11145.12556
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=1250*1.2^X
\Y2=15000
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```

X	Y1	Y2
9	6449.7	15000
10	7739.7	15000
11	9287.6	15000
12	11145	15000
13	13374	15000
14	16049	15000
15	19259	15000

X=14

33a Omdat $u_n = 1{,}5 \cdot u_{n-1}$ (het quotient van twee opvolgende termen is 1,5).

33b mr met $u_0 = 500$ en $r = 1{,}5 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 500 \cdot 1{,}5^n$.

33c $u_n > 100\,000 \Rightarrow 500 \cdot 1{,}5^n > 100\,000$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 14$. Dus vanaf $n = 14$.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=500*1.5^X
\Y2=100000
\Y3=
\Y4=
```

X	Y1	Y2
9	19222	100000
10	28833	100000
11	43249	100000
12	64873	100000
13	97310	100000
14	145965	100000
15	218947	100000

X=14

34 Een mr heeft te maken met een exponentiële groei; een rr heeft te maken met een lineaire groei.

35a mr met $u_0 = 200$ en $\frac{u_n}{u_{n-1}} = r = 0{,}5 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 200 \cdot 0{,}5^n$.

35b mr met $u_0 = 36$ en $\frac{u_n}{u_{n-1}} = r = \frac{1}{2} \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

35c rr met $u_0 = 50$ en $u_n - u_{n-1} = v = 3{,}5 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 50 + 3{,}5n$.

35d mr met $u_0 = 14$ en $\frac{u_n}{u_{n-1}} = r = \frac{1}{0{,}4} = \frac{10}{4} = 2{,}5 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 14 \cdot 2{,}5^n$.

36a mr met $u_0 = 2\,200$ en $r = 1{,}05 \Rightarrow$ recurs. formule: $u_n = 1{,}05 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 2\,200$ en dir. formule: $u_n = 2\,200 \cdot 1{,}05^n$.

36b $u_n = 2\,200 \cdot 1{,}05^n = 4\,400$ (TABLE) $\Rightarrow$
u_{14} (1-1-2021) < 4 400 en u_{15} (1-1-2022) > 4 400. Dus in 2021.

36c recursieve formule: $u_n = u_{n-1} \cdot 1{,}05 + 150$ met $u_0 = 2\,200$.
Tik in 2 200 en dan Ans $\cdot 1{,}05 + 150$ (op basisscherm) $\Rightarrow$
u_7 (1-1-2014) < 4 400 en u_8 (1-1-2015) > 4 400. Dus in 2014.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=2200*1.05^X
\Y2=2*2200
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```

X	Y1	Y2
10	3583.6	4400
11	3762.7	4400
12	3950.9	4400
13	4148.4	4400
14	4355.8	4400
15	4573.6	4400
16	4802.3	4400

X=15

```
2200
                2200
Ans*1.05+150
                2460
                2733
             3019.65
           3320.6325
         3636.664125
         3968.497331
         4316.922198
         4682.768308
```

37 $-2 \cdot som = 15 - 2\,657\,205 = -2\,657\,190 \Rightarrow som = \frac{-2\,657\,190}{-2} = 1\,328\,595$.

```
15-2657205
            -2657190
Ans/-2
             1328595
```

38a $\sum_{k=0}^{15} \left(100 \cdot 1{,}1^k\right) = \frac{\text{eerste term} \cdot (1 - \text{factor}^{\text{aantal termen}})}{1 - \text{factor}} = \frac{100 \cdot (1 - 1{,}1^{16})}{1 - 1{,}1} \approx 3\,594{,}97$.

```
100*(1-1.1^16)/(
1-1.1)
         3594.972986
```

38b v_n is een mr met $v_0 = 200$ en $r = 0{,}98 \Rightarrow \sum_{k=0}^{14} v_k = \frac{200 \cdot (1 - 0{,}98^{15})}{1 - 0{,}98} \approx 2\,614{,}31$.

```
200*(1-0.98^15)/
(1-0.98)
         2614.308974
```

38c w_n is een mr met $w_0 = 50$ en $r = 1{,}45 \Rightarrow \sum_{k=0}^{12} w_k = \frac{50 \cdot (1 - 1{,}45^{13})}{1 - 1{,}45} \approx 13\,806{,}76$.

```
50*(1-1.45^13)/(
1-1.45)
         13805.75726
```

39a $\sum_{i=0}^{10} u_i = \frac{10\,000 \cdot (1 - 0{,}6^{11})}{1 - 0{,}6} \approx 24\,909{,}30$.

```
10000*(1-0.6^11)
/(1-0.6)
         24909.30074
```

39b $\sum_{k=0}^{14} u_k = \frac{10\,000 \cdot (1 - 0{,}6^{15})}{1 - 0{,}6} \approx 24\,988{,}25$.

```
10000*(1-0.6^15)
/(1-0.6)
         24988.24538
```

39c $\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{10\,000 \cdot (1 - 0{,}6^{n+1})}{1 - 0{,}6} = \frac{10\,000}{0{,}4} \cdot (1 - 0{,}6^{n+1}) = 25\,000 \cdot (1 - 0{,}6 \cdot 0{,}6^n) = 25\,000 - 15\,000 \cdot 0{,}6^n$.

```
10000/0.4
               25000
Ans*0.6
               15000
```

39d $\sum_{k=0}^{n} u_k > 24\,999 \Rightarrow 25\,000 - 15\,000 \cdot 0{,}6^n > 24\,999$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 19$. Dus vanaf $n = 19$.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=25000-15000*
0.6^X
\Y2=24999
\Y3=
```

X	Y1	Y2
15	24993	24999
16	24996	24999
17	24997	24999
18	24998	24999
19	24999	24999
20	24999	24999
21	25000	24999

Y1=24999.0859604

```
50/-0.25
                -200
```

```
-200*-1.25
                 250
```

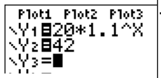
40a $\sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{50 \cdot (1 - 1{,}25^{n+1})}{1 - 1{,}25} = \frac{50}{-0{,}25} \cdot (1 - 1{,}25^{n+1}) = -200 \cdot (1 - 1{,}25 \cdot 1{,}25^n) = -200 + 250 \cdot 1{,}25^n = 250 \cdot 1{,}25^n - 200$.

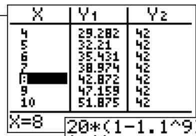
40b $\sum_{k=0}^{n} u_k > 100\,000 \Rightarrow 250 \cdot 1{,}25^n - 200 > 100\,000$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 27$. Dus vanaf $n = 27$.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=50*(1-1.25^(
X+1))/(1-1.25)
\Y2=100000
\Y3=
```

X	Y1	Y2
23	42152	100000
24	52740	100000
25	65974	100000
26	82518	100000
27	103198	100000
28	129047	100000
29	161359	100000

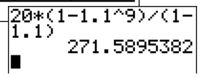
X=27



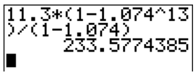


41a mr met $u_0 = 20$ en $r = 1{,}1 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 20 \cdot 1{,}1^n$.

41b $u_n > 42 \Rightarrow 20 \cdot 1{,}1^n > 42$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 8$. Dus bij de 9^e duurloop voor het eerst.
$\sum_{k=0}^{8} u_k = \sum_{k=0}^{8} \left(20 \cdot 1{,}1^k\right) = \frac{20 \cdot (1 - 1{,}1^9)}{1 - 1{,}1} \approx 271{,}6$ (km dan totaal in zijn 9 duurlopen afgelegd).

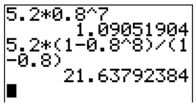


42 mr met $u_0 = 11{,}3$ en $r = 1{,}074 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 11{,}3 \cdot 1{,}074^n$.
$\sum_{k=0}^{12} u_k = \sum_{k=0}^{12} \left(11{,}3 \cdot 1{,}074^k\right) = \frac{11{,}3 \cdot (1 - 1{,}074^{13})}{1 - 1{,}074} \approx 233{,}6$ (miljard dollar).

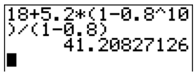


43a De groei per week is een mr met $u_0 = 5{,}2$ (week 1) en $r = 0{,}8 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 5{,}2 \cdot 0{,}8^n$.
De groei in de 8^e week is $u_7 = 5{,}2 \cdot 0{,}8^7 \approx 1{,}1$ (cm). Dus (ongeveer) 11 mm.

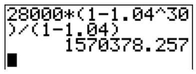
43b De groei in de eerste 8 weken is $\sum_{k=0}^{7} u_k = \sum_{k=0}^{7} \left(5{,}2 \cdot 0{,}8^k\right) = \frac{5{,}2 \cdot (1 - 0{,}8^8)}{1 - 0{,}8} \approx 21{,}6$ (cm). Dus 216 mm.



43c De hoogte na 10 weken is $18 + \sum_{k=0}^{9} u_k = 18 + \frac{5{,}2 \cdot (1 - 0{,}8^{10})}{1 - 0{,}8} \approx 41{,}2$ cm.



44 mr met $u_0 = 28\,000$ (1^e jaar) en $r = 1{,}04$
heeft als directe formule: $u_n = 28\,000 \cdot 1{,}04^n$ $\Big\} \Rightarrow \sum_{k=0}^{29} u_k = \frac{28\,000 \cdot (1 - 1{,}04^{30})}{1 - 1{,}04} \approx 1\,570\,378$ (€).

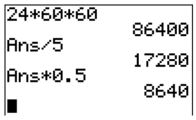


45a De periode is 5 seconden. (4 periodes in 20 seconden)

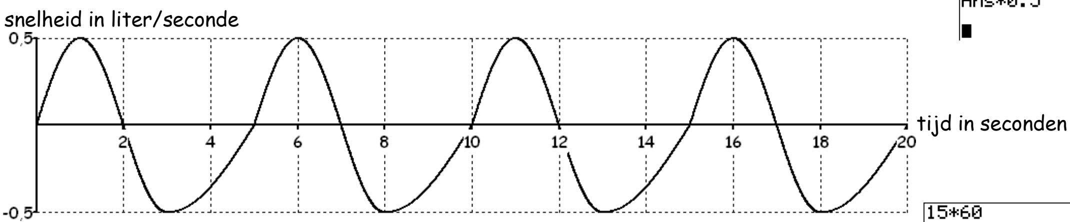
45b De persoon ademt $\frac{60}{5} = 12$ keer per minuut in. (elke 5 seconden één keer).

45c Na 48 seconden is het drukverschil met de luchtdruk 1 mm kwikdruk. ($48 = 9 \cdot 5 + 3 \Rightarrow$ hetzelfde als na 3 seconden)
Na 4 minuten en 26 seconden is het drukverschil -1 mm kwikdruk. ($4 \cdot 60 + 26 = 4 \cdot 12 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 1 \Rightarrow$ lees af na 1 seconde)

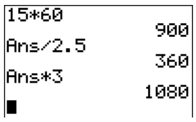
45d 1 etmaal is 24 uur is $24 \cdot 60$ minuten is $24 \cdot 60 \cdot 60$ seconden is $24 \cdot 60 \cdot 12 \cdot 5$ seconden.
Dus $24 \cdot 60 \cdot 12 \cdot 0{,}5 = 8640$ liter lucht ingeademd per etmaal.



45e



45f De periode is 2,5 seconden. (10 periodes in 20 seconden)
Eén kwartier is 15 minuten is $15 \cdot 60$ seconden is $15 \cdot 24 \cdot 2{,}5$ seconden.
Dus in een kwartier wordt $15 \cdot 24 \cdot 3 = 1080$ liter lucht ingeademd.

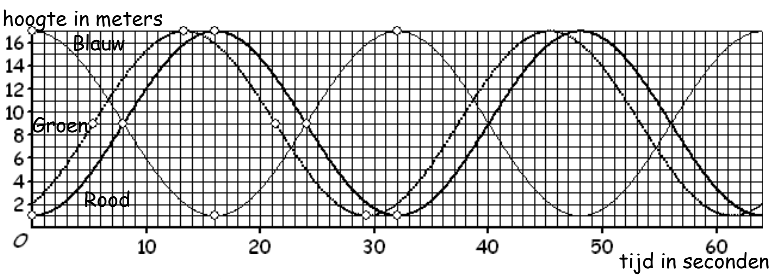


46a Na 8 seconden is haar hooogte 9 meter;
na 16 seconden is haar hoogte 17 meter.

46b Zie de grafiek hiernaast.

46c De periode is 32 seconden;
de evenwichtsstand is 9 meter en
de amplitude is 8 meter.

46d Zie de grafiek hiernaast.

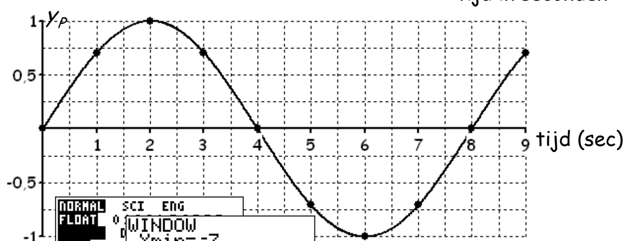


47a Op $t = 2$ is de draaiingshoek $\alpha = 90° \Rightarrow y_P = 1$.

47b Op $t = 6$ is de draaiingshoek $\alpha = 270° \Rightarrow y_P = -1$.

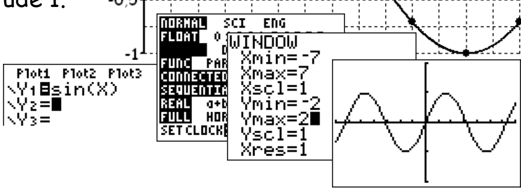
47c Zie de grafiek hiernaast.

47d Periode 8 (seconden); evenwichtsstand 0 en amplitude 1.

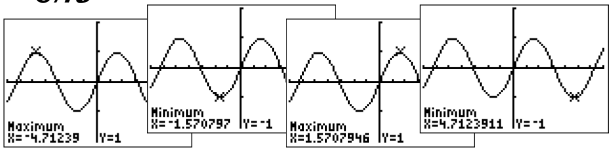


48a Zie de eerste drie schermen hiernaast.

48b Zie de plot van $y = \sin(x)$ hiernaast. (4^e scherm)

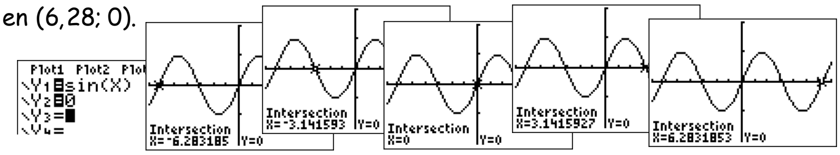


48c De toppen zijn (optie maximum of minimum):
$(-4{,}71; 1)$, $(-1{,}57; -1)$, $(1{,}57; 1)$ en $(4{,}71; -1)$.



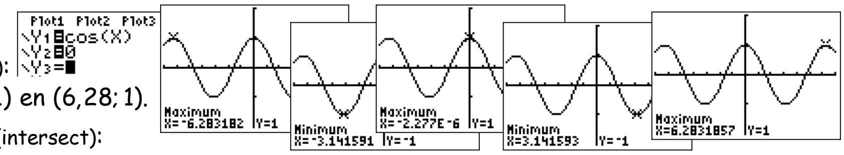
48d De snijpunten met de x-as ($y = 0$) zijn (intersect):
$(-6{,}28; 0)$, $(-3{,}14; 0)$, $(0, 0)$, $(3{,}14; 0)$ en $(6{,}28; 0)$.

48e De periode 6,28 (dat is 2π);
de evenwichtsstand is 0 en
de amplitude is 1.



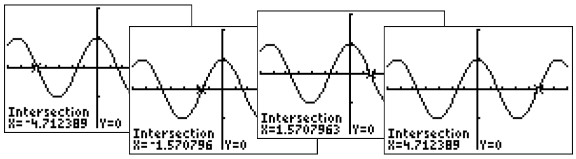
49a Zie de plot hiernaast van $y = \cos(x)$.

49b De toppen zijn (optie maximum of minimum):
$(-6{,}28; 1)$, $(-3{,}14; -1)$, $(0, 1)$, $(3{,}14; -1)$ en $(6{,}28; 1)$.



49c De snijpunten met de x-as ($y = 0$) zijn (intersect):
$(-4{,}71; 0)$, $(-1{,}57; 0)$, $(1{,}57; 0)$ en $(4{,}71; 0)$.

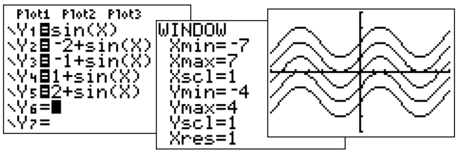
49d De periode is 6,28 (dat is 2π);
de evenwichtsstand is 0 en
de amplitude is 1.



50a Zie de plot hiernaast van $y = a + \sin(x)$ voor $a = -2,\ -1,\ 0,\ 1,$ en 2.

50b $y = \sin(x) \xrightarrow{a \text{ omhoog verschuiven}} y = a + \sin(x)$.

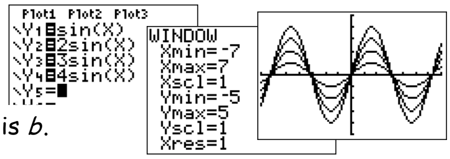
50c De periode is 2π; de evenwichtsstand is a en de amplitude is 1.



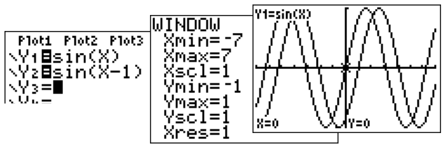
51a Zie de plot hiernaast van $y = b\sin(x)$ voor $b = 1,\ 2,\ 3$ en 4.

51b $y = \sin(x) \xrightarrow[\text{ten opzichte van de } x\text{-as met } b]{\text{vermenigvuldigen}} y = b\sin(x)$.

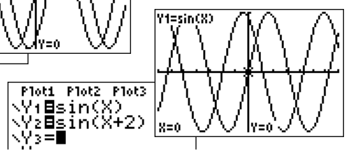
51c De periode is 2π; de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is b.



52a Zie de plot van $y = \sin(x)$ en $y = \sin(x-1)$ hiernaast.
$y = \sin(x) \xrightarrow{\text{1 naar rechts verschuiven}} y = \sin(x-1)$.



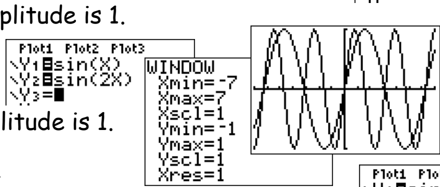
52b Zie de plot van $y = \sin(x)$ en $y = \sin(x+2)$ hiernaast.
$y = \sin(x) \xrightarrow{\text{2 naar links verschuiven}} y = \sin(x+2)$.



52c $y = \sin(x) \xrightarrow{d \text{ naar rechts verschuiven}} y = \sin(x-d)$.

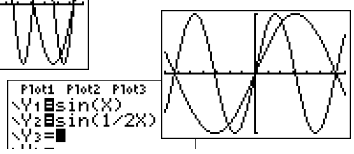
52d De periode is 2π; de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is 1.

53a Zie de plot van $y = \sin(x)$ en $y = \sin(2x)$ hiernaast.



53b De periode is π; de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is 1.

53c Zie de plot van $y = \sin(x)$ en $y = \sin(\frac{1}{2}x)$ hiernaast.



53d De periode is 4π; de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is 1.

53e $y = \sin(4x)$ heeft periode $\frac{1}{2}\pi$; $y = \sin(5x)$ heeft periode $\frac{2}{5}\pi$ en $y = \sin(cx)$ heeft periode $\frac{2\pi}{c}$.

54a $y = 5 + \sin(x)$ heeft periode 2π; evenwichtsstand 5 en amplitude 1.

54b $y = 5\sin(x)$ heeft periode 2π; evenwichtsstand 0 en amplitude 5.

54c $y = \sin(5x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{5} = \frac{2}{5}\pi$; evenwichtsstand 0 en amplitude 1.

54d $y = 8\sin(3x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$; evenwichtsstand 0 en amplitude 8.

54e $y = 8 + \sin(3x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$; evenwichtsstand 8 en amplitude 1.

54f $y = 3 + 8\sin(x)$ heeft periode 2π; evenwichtsstand 3 en amplitude 8.

54g $y = 3 - 6\sin(\frac{1}{4}x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = \frac{8\pi}{1} = 8\pi$; evenwichtsstand 3 en amplitude 6.

54h $y = 5 + 2\sin(4\pi x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$; evenwichtsstand 5 en amplitude 2.

54i $y = 7 - 2\sin(\frac{1}{3}x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = \frac{6\pi}{1} = 6\pi$; evenwichtsstand 7 en amplitude 2.

55a $y = 8\sin(2x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{2} = \pi$; evenwichtsstand 0 en amplitude 8.

55b $y = 8 - \sin(2x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{2} = \pi$; evenwichtsstand 8 en amplitude 1.

55c $y = -5\sin(0{,}1\pi x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{0{,}1\pi} = \frac{20\pi}{1\pi} = 20$; evenwichtsstand 0 en amplitude 5.

55d $y = 5 + 8\sin(\frac{1}{4}x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = \frac{8\pi}{1} = 8\pi$; evenwichtsstand 5 en amplitude 8.

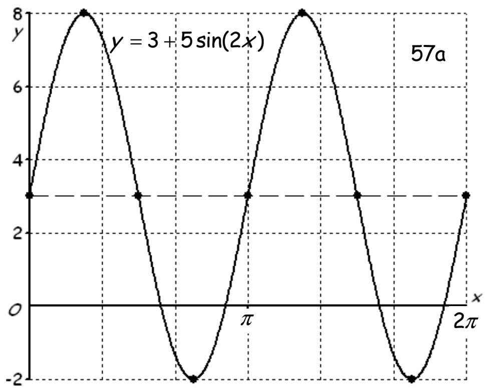
55e $y = -5 + 3\sin(\pi x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\pi} = 2$; evenwichtsstand -5 en amplitude 3.

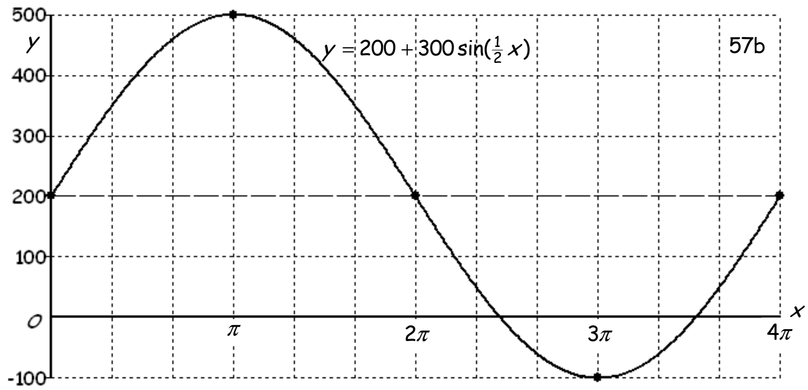
55f $y = 1 + 4\sin(\frac{2}{5}\pi x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5$; evenwichtsstand 1 en amplitude 4.

56a $y = a + b\sin(cx)$ heeft evenwichtsstand 100 $\Rightarrow a = 100$; amplitude 8 $\Rightarrow b = 8$ en periode $0{,}2\pi = \frac{2\pi}{c} \Rightarrow c = \frac{2\pi}{0{,}2\pi} = 10$.

56b $y = a + b\sin(cx)$ heeft evenwichtsstand 850 $\Rightarrow a = 850$; amplitude 48 $\Rightarrow b = 48$ en periode $8 = \frac{2\pi}{c} \Rightarrow c = \frac{2\pi}{8} = \frac{1}{4}\pi$.

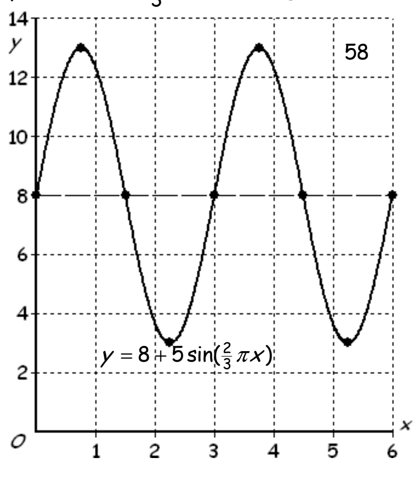
57a $y = 3 + 5\sin(2x)$ (zie de grafiek hieronder) heeft evenwichtsstand 3; amplitude 5 en periode $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

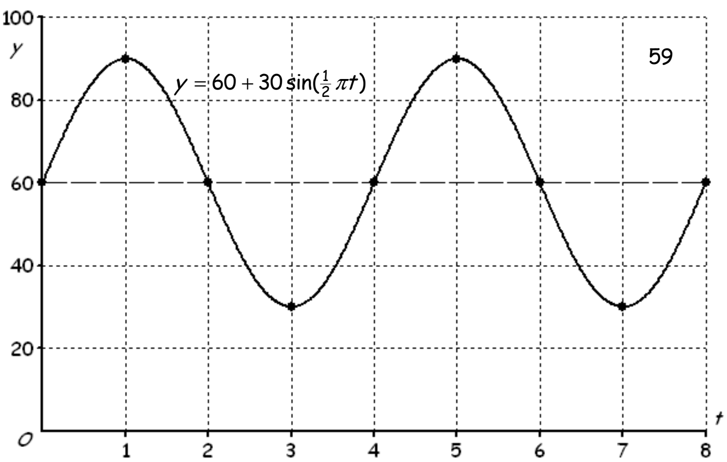




57b $y = 200 + 300\sin(\frac{1}{2}x)$ heeft evenwichtsstand 200; amplitude 300 en periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = \frac{4\pi}{1} = 4\pi$. (zie de grafiek hierboven)

58 $y = 8 + 5\sin(\frac{2}{3}\pi x)$ (zie de grafiek hieronder) heeft evenwichtsstand 8; amplitude 5 en periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$.





59 $N = 60 + 30\sin(\frac{1}{2}\pi t)$ heeft evenwichtsstand 60; amplitude 30 en periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$. (zie de grafiek hierboven)

60 De formule is $y = 8 + 4\sin(\frac{2\pi}{7}x)$.

61a $y = 2 + 4\sin(\frac{2\pi}{2}x) = 2 + 4\sin(\pi x)$.

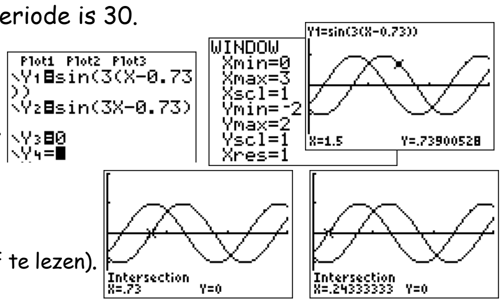
61b $y = 100 + 80\sin(\frac{2\pi}{100}x) = 100 + 80\sin(\frac{1}{50}\pi x)$.

61c $y = 8{,}25 + 7{,}5\sin(\frac{2\pi}{0{,}5}x) = 8{,}25 + 7{,}5\sin(4\pi x)$.

62a De amplitude is $\frac{25-5}{2} = 10$; de evenwichtsstand is $\frac{25+5}{2} = 15$ en de periode is 8.

62b De formule is $y = 15 + 10\sin(\frac{2\pi}{8}x) = 15 + 10\sin(\frac{1}{4}\pi x)$.

63 De amplitude is $\frac{40-10}{2}=15$; de evenwichtsstand is $\frac{40+10}{2}=25$ en de periode is 30.
De formule is $N=25+15\sin(\frac{2\pi}{30}t)=25+15\sin(\frac{1}{15}\pi t)$.



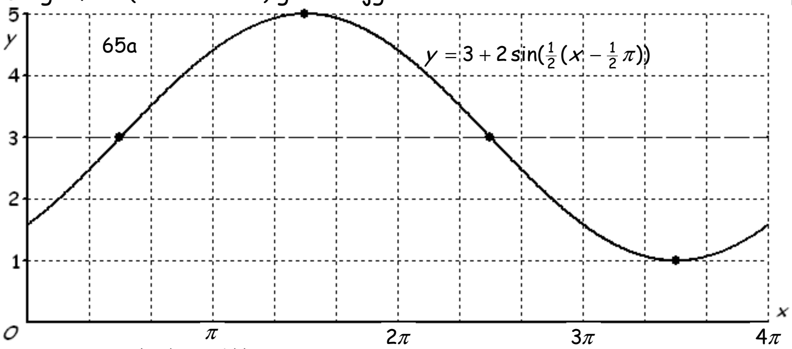
64a Zie de plot van $y_1=\sin(3(x-0{,}73))$ en $y_2=\sin(3x-0{,}73)$ hiernaast.

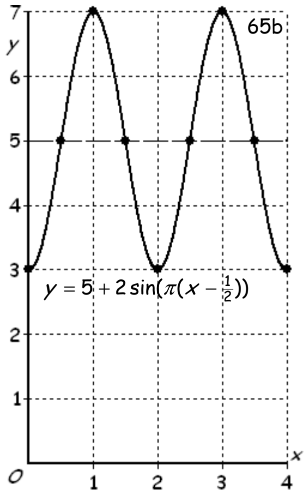
64b $y_1=\sin(3(x-0{,}73))=0$ (intersect) $\Rightarrow x=0{,}73 \Rightarrow S_1(0{,}73;\ 0)$.

64c $y_2=\sin(3x-0{,}73)=0$ (intersect) $\Rightarrow x\approx 0{,}24 \Rightarrow S_2(0{,}24;\ 0)$.

64d In de formule $y_1=\sin(3(x-0{,}73))$ (is het linkersnijpunt (0,73; 0) direct af te lezen).

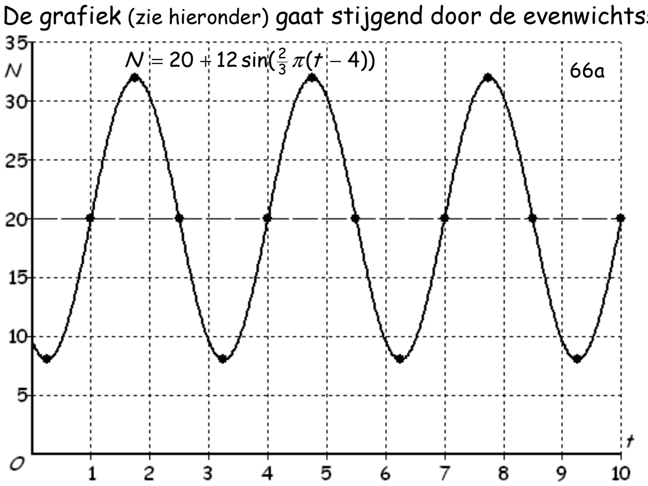
65a $y=3+2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\pi\right)\right)$ heeft evenwichtsstand 3; amplitude 2 en periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=\frac{4\pi}{1}=4\pi$.
De grafiek (zie hieronder) gaat stijgend door de evenwichtsstand in het punt $(\frac{1}{2}\pi,\ 3)$.

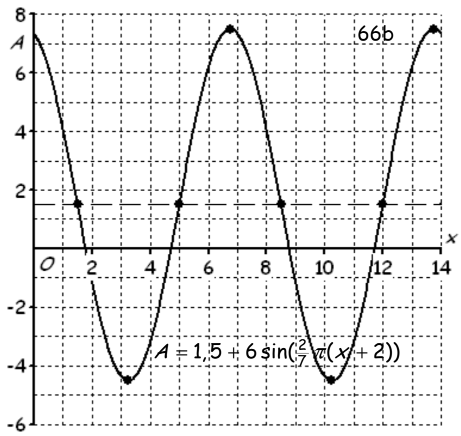




65b $y=5+2\sin\left(\pi\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)$ heeft evenwichtsstand 5; amplitude 2 en periode $\frac{2\pi}{\pi}=2$.
De grafiek gaat stijgend door de evenwichtsstand in het punt $(\frac{1}{2},\ 5)$. (zie hiernaast)

66a $N=20+12\sin\left(\frac{2}{3}\pi(t-4)\right)$ heeft evenwichtsstand 20; amplitude 12 en periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi}=\frac{6\pi}{2\pi}=3$.
De grafiek (zie hieronder) gaat stijgend door de evenwichtsstand in het punt (4, 20).





66b $A=1{,}5+6\sin\left(\frac{2\pi}{7}(x+2)\right)$ heeft evenwichtsstand 1,5; amplitude 6 en periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{7}\pi}=\frac{14\pi}{2\pi}=7$.
De grafiek gaat stijgend door de evenwichtsstand in het punt $(-2;\ 1{,}5)$, dus ook door $(5;\ 1{,}5)$. (zie hierboven)

67 $y=12+4\sin\left(\frac{2\pi}{6}(x-1)\right)=12+4\sin\left(\frac{1}{3}\pi(x-1)\right)$.

68a Sinusoïde $y=a+b\sin(c(x-d))$, stijgend door evenwichtsstand $a=\frac{70+-30}{2}=20$ in $(30,20)\Rightarrow d=30$,
amplitude $b=\frac{70--30}{2}=50$ en periode $p=80-30=50\Rightarrow c=\frac{2\pi}{50}=\frac{1}{25}\pi$. Dus formule: $y=20+50\sin\left(\frac{1}{25}\pi(x-30)\right)$.

68b Sinusoïde, stijgend door evenwichtsstand $a=\frac{100+-220}{2}=-60$ voor $x=d=4$, amplitude $b=\frac{100--220}{2}=160$
en periode $p=7$ (zie de minima) $\Rightarrow c=\frac{2\pi}{7}=\frac{2}{7}\pi$. Dus formule $y=-60+160\sin\left(\frac{2}{7}\pi(x-4)\right)$.

68c Stijgend door evenwichtsstand $a=\frac{0{,}2+0{,}1}{2}=0{,}15$ voor $t=d=0{,}075$, amplitude $b=\frac{0{,}2-0{,}1}{2}=0{,}05$
en periode $p=0{,}10$ (zie de maxima) $\Rightarrow c=\frac{2\pi}{0{,}1}=20\pi$. Dus formule $A=0{,}15+0{,}05\sin(20\pi(t-0{,}075))$.

69a Periode $18-3=15 \Rightarrow c=\frac{2\pi}{15}=\frac{2}{15}\pi$; amplitude $b=4$ en de grafiek gaat stijgend door evenwichtsstand $a=12-4=8$ voor $x=d=18-\frac{1}{4}\cdot 15=18-\frac{15}{4}=18-3\frac{3}{4}=14\frac{1}{4}$. Dus formule: $y=8+4\sin\left(\frac{2}{15}\pi\left(x-14\frac{1}{4}\right)\right)$.

69b Periode $48 \Rightarrow c=\frac{2\pi}{48}=\frac{1}{24}\pi$; de grafiek stijgend door evenwichtsstand $a=650$ voor $x=d=16-\frac{1}{4}\cdot 48=16-12=4$ en amplitude $b=812-650=162$. Dus formule: $y=650+162\sin\left(\frac{1}{24}\pi(x-4)\right)$. (812 is een maximum, want $812>650$)

69c Periode $2\cdot(26-2)=2\cdot 24=48 \Rightarrow c=\frac{2\pi}{48}=\frac{1}{24}\pi$; de grafiek stijgend door de evenwichtsstand $a=\frac{250+110}{2}=180$ voor $x=d=2-\frac{1}{4}\cdot 48=2-12=-10$ en amplitude $b=\frac{250-110}{2}=70$. Dus formule: $y=180+70\sin\left(\frac{1}{24}\pi(x+10)\right)$.

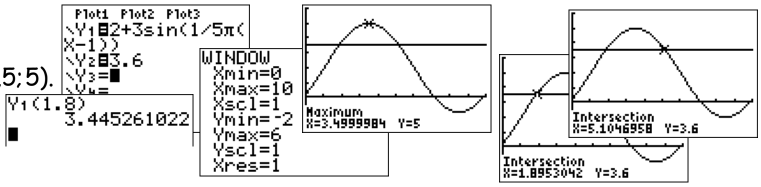
70a Periode $=\frac{2\pi}{0{,}2\pi}=10$ en stijgend door evenwichtsstand voor $x=2 \Rightarrow$ ook stijgend door evenwichtsstand voor $x=12$.

70b Ook stijgend door de evenwichtsstand voor $x=2-10=-8$ en voor $x=12+10=22$.
Andere mogelijke formules zijn: $y=8+3\sin(0{,}2\pi(x+8))$ en $y=8+3\sin(0{,}2\pi(x-22))$.

71a Zie de plot hiernaast.
Optie maximum geeft als hoogste punt (3,5;5).

71b $y(1{,}8)\approx 3{,}45$.

71c $y=3{,}6$ (intersect) $\Rightarrow x\approx 1{,}90$ en $x\approx 5{,}10$.



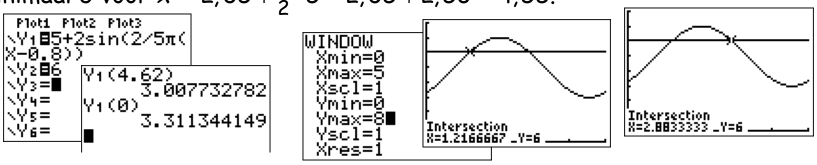
72a $y_{max}=5+2=7$ en de periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi}=\frac{10\pi}{2\pi}=5 \Rightarrow y$ maximaal 7 voor $x=0{,}8+\frac{1}{4}\cdot 5=0{,}8+1{,}25=2{,}05$.

72b $y_{min}=5-2=3$ en de periode is $5 \Rightarrow y$ minimaal 3 voor $x=2{,}05+\frac{1}{2}\cdot 5=2{,}05+2{,}50=4{,}55$.

72c $y(4{,}62)\approx 3{,}01$.

72d $y=6$ (intersect) $\Rightarrow x\approx 1{,}22$ en $x\approx 2{,}88$.

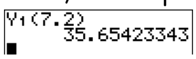
72e $y(0)\approx 3{,}31$.



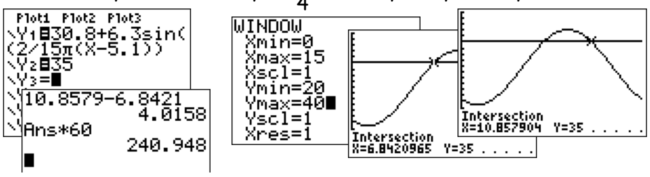
73a $N_{max}=30{,}8+6{,}3=37{,}1$ en de periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{15}\pi}=\frac{30\pi}{2\pi}=15 \Rightarrow N$ maximaal 37,1 voor $t=5{,}1+\frac{1}{4}\cdot 15=5{,}1+3{,}75=8{,}85$.

73b $N_{min}=30{,}8-6{,}3=24{,}5$ en de periode is $15 \Rightarrow N$ minimaal 24,5 voor $t=5{,}1-\frac{1}{4}\cdot 15=5{,}1-3{,}75=1{,}35$.

73c $N(7{,}2)\approx 35{,}65$.

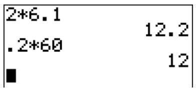


73d $N=35$ (intersect) $\Rightarrow t\approx 6{,}8421$ en $t\approx 10{,}8579$.
$N>35$ (zie een plot) van $t\approx 6{,}8421$ tot $t\approx 10{,}8579$.
Dus (ongeveer) 4,0158 uur $\Rightarrow$ (ongeveer) 241 minuten.



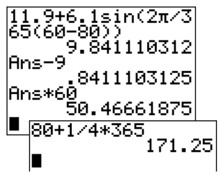
74a $L_{max}=11{,}9+6{,}1=18$ uur.

74b Het verschil is $2\cdot 6{,}1=12{,}2$ uur $\Rightarrow$ 12 uur en 12 minuten.



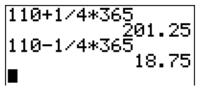
74c Op 1 maart is $n=31+28+1=60 \Rightarrow L(60)\approx 9{,}84$. De daglengte is 9 uur en 54 minuten.

74d De periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{365}\pi}=\frac{365\cdot 2\pi}{2\pi}=365$ dagen $\Rightarrow L$ maximaal voor $n=80+\frac{1}{4}\cdot 365=171{,}25$.
Bij $n=171\,(=31+28+31+30+31+20)$ hoort 20 juni (of gebruik de tabel naast de opgave).



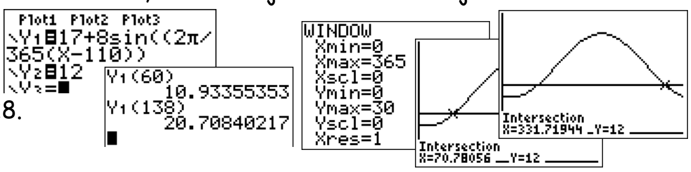
75a De periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{365}\pi}=\frac{365\cdot 2\pi}{2\pi}=365$ dagen.

75b $T_{max}=17+8=25 \Rightarrow T$ maximaal 25 °C voor $n=110+\frac{1}{4}\cdot 365=110+91{,}25\approx 201$.
Bij $n=201\,(=31+28+31+30+31+30+20)$ hoort 20 juli (of gebruik de tabel naast de opgave).
$T_{min}=17-8=11 \Rightarrow T$ maximaal 25 °C voor $n=110-\frac{1}{4}\cdot 365=110-91{,}25\approx 19$. Bij $n=19$ hoort 19 januari.



75c Op 1 maart is $n=60 \Rightarrow T(60)\approx 10{,}9$ °C en
op 18 mei is $n=120+18=138 \Rightarrow T(138)\approx 20{,}7$ °C.

75d $T=12$ (intersect) $\Rightarrow n\approx 71=59+12$ en $n\approx 332=304+28$.
$T<12$ (zie plot) van 12 maart tot 28 november.



Diagnostische toets

D1a $u_n = 5 + 20\sqrt{u_{n-1}}$ met $u_0 = 100$ geeft $u_6 \approx 402$ en $u_9 \approx 409$.

D1b $u_{13} < 409{,}9$ en $u_{14} > 409{,}9 \Rightarrow$ vanaf de 15^e term.

D1c Blader door de tabel $\Rightarrow$ grenswaarde $\approx 409{,}939$.

D2a De 10^e term is $u_9 = 2 \cdot 9^2 - 4 \cdot 9 = 126$.

D2b De 30^e term is $v_{29} = \frac{29-9}{29+6} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$.

D2c $w_n = 4630 \Rightarrow n^3 - n^2 + 6 = 4630$ (TABLE) $\Rightarrow w_{17} = 4630$. Dit is de 18^e term.

D3 $\sum_{k=0}^{4} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 1 + 1 + 3 + 7 + 13 = 25$.

$\sum_{i=0}^{3} v_i = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 = 6 + 20 + 90 + 440 = 556$.

D4a $u_n = u_{n-1} - 5$ met $u_0 = 152$ is een rr met $v = -5 \Rightarrow$ directe formule $u_n = 152 - 5 \cdot n$ en $u_{20} = 152 - 5 \cdot 20 = 52$.

D4b De 25^e term is $u_{24} = 152 - 5 \cdot 24 = 32$.

D4c $u_n < 0 \Rightarrow 152 - 5n < 0$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 31$. Dus vanaf de 32^e term is u_n negatief.

D5a $u_n = 2n + 3$ is een rr $\Rightarrow \sum_{k=0}^{29} u_k = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot (u_0 + u_{29}) = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot (3 + 2 \cdot 29 + 3) = 960$.

D5b rr met $u_0 = 18$ en $v = 12 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 12n + 18$; $u_n = 150 \Rightarrow 12n + 18 = 150 \Rightarrow 12n = 132 \Rightarrow n = 11$.

$\sum_{k=0}^{11} u_k = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (u_0 + u_{11}) = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (18 + 12 \cdot 11 + 18) = 1008$.

D5c $u_n = 4n + 5$ is een rr $\Rightarrow \sum_{k=0}^{15} (4k+5) = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot (5 + 4 \cdot 15 + 5) = 560$.

D5d $u_n = 5n + 6$ is een rr $\Rightarrow \sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (6 + 5n + 6) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (5n + 12)$.

D5e $u_n = 6n + 7$ is een rr $\Rightarrow \sum_{k=0}^{n} (6k+7) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (7 + 6n + 7) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (6n + 14)$.

$\sum_{k=0}^{n} (6k+7) > 1500 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (6n+14) > 1500$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 21 \Rightarrow$ vanaf $n = 21$.

D6a mr met $u_0 = 800$ en $r = 1{,}25 \Rightarrow$ recursieve formule: $u_n = 1{,}25 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 800$ en dir. formule: $u_n = 800 \cdot 1{,}25^n$.

D6b $u_{20} - u_{19} = 800 \cdot 1{,}25^{20} - 800 \cdot 1{,}25^{19} \approx 13\,878$.

D6c $u_{25} - u_{24} = 800 \cdot 1{,}25^{25} - 800 \cdot 1{,}25^{24} \approx 42\,352$.

D6d $u_n > 500\,000 \Rightarrow 800 \cdot 1{,}25^n > 500\,000$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 29$. Dus vanaf de 30^e term.

D7a mr $u_n = 100 \cdot 1{,}08^n \Rightarrow \sum_{k=0}^{9} u_k = \frac{100 \cdot (1 - 1{,}08^{10})}{1 - 1{,}08} \approx 1\,448{,}66$.

D7b mr $u_n = 5 \cdot 4^n \Rightarrow u_9 = 1\,310\,720 \Rightarrow \sum_{k=0}^{9} u_k = \frac{5 \cdot (1 - 4^{10})}{1 - 4} = 1\,747\,625$.

D7c $\sum_{k=0}^{15} \left(50 \cdot 1{,}045^k\right) = \frac{50 \cdot (1 - 1{,}045^{16})}{1 - 1{,}045} \approx 1135{,}97$.

D7d $\sum_{i=0}^{n} u_k = \sum_{i=0}^{n} \left(80 \cdot 1{,}5^i\right) = \frac{80 \cdot (1 - 1{,}5^{n+1})}{1 - 1{,}5} = \frac{80}{-0{,}5} \cdot (1 - 1{,}5 \cdot 1{,}5^n) = -160 + 240 \cdot 1{,}5^n = 240 \cdot 1{,}5^n - 160$.

D7e $\sum_{k=0}^{n} \left(10 \cdot 1{,}2^k\right) > 1000 \Rightarrow \frac{10 \cdot (1 - 1{,}2^{n+1})}{1 - 1{,}2} > 1000$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 16$. Dus vanaf $n = 16$.

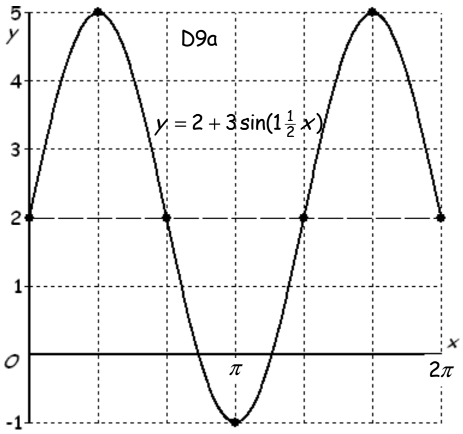
D8a $y = 6 + 2\sin(x)$ heeft periode 2π; evenwichtsstand 6 en amplitude 2.

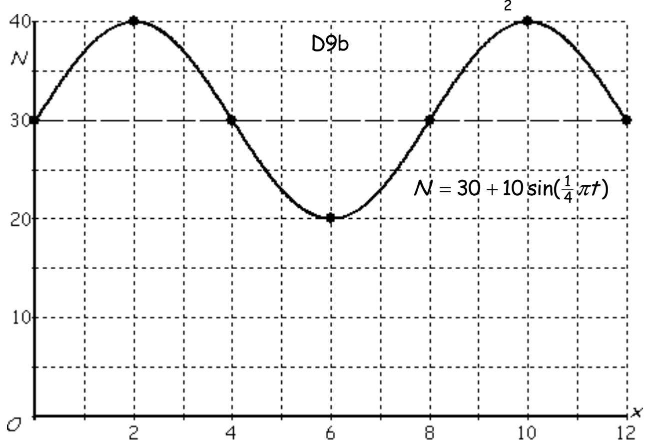
D8b $y = 3 - \sin(2x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{2} = \pi$; evenwichtsstand 3 en amplitude 1.

D8c $y = -2 + 3\sin(\frac{1}{3}x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = \frac{6\pi}{1} = 6\pi$; evenwichtsstand -2 en amplitude 3.

D8d $y = 5 - 4\sin(\frac{2}{3}\pi x)$ heeft periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$; evenwichtsstand 5 en amplitude 4.

D9a $y = 2 + 3\sin(\frac{3}{2}x)$ (zie de grafiek hierbonder) heeft evenwichtsstand 2; amplitude 3 en periode $\frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi$.

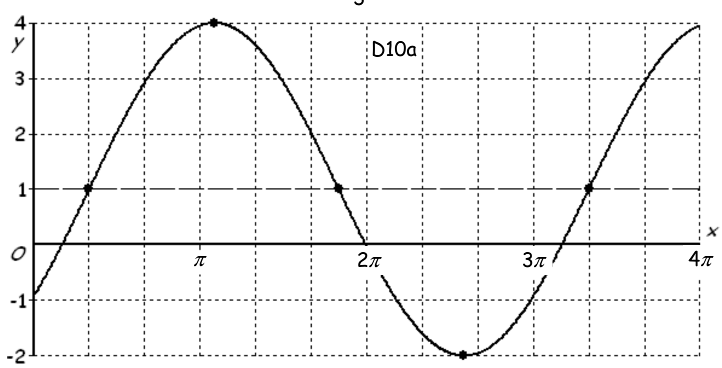


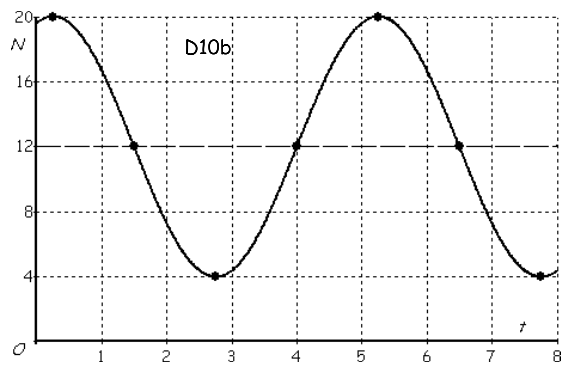


D9b $N = 30 + 10\sin(\frac{1}{4}\pi t)$ heeft evenwichtsstand 30; amplitude 10 en periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}\pi} = \frac{8\pi}{\pi} = 8$. (zie de grafiek hierboven)

D10a $y = 1 + 3\sin\left(\frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{3}\pi\right)\right)$ heeft evenwichtsstand 1; amplitude 3 en periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{6\pi}{2} = 3\pi$.

De grafiek gaat stijgend door $(\frac{1}{3}\pi, 1)$. (zie de grafiek hierbonder)





D10b $N = 12 + 8\sin\left(\frac{2}{5}\pi(t+1)\right)$ heeft evenwichtsstand 12; amplitude 8 en periode $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5$.

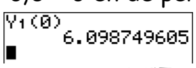
De grafiek gaat stijgend door $(-1, 12)$, dus ook stijgend door $(-1+5, 12) = (4, 12)$. (zie de grafiek hierboven)

D11 Sinusoïde $N = a + b\sin\left(c(t-d)\right)$; gaat stijgend door de evenwichtsstand $a = \frac{30 + -10}{2} = 10$ voor $t = d = 5$, amplitude $b = \frac{30 - -10}{2} = 20$ en periode $p = 30 - 5 = 25 \Rightarrow c = \frac{2\pi}{25} = \frac{2}{25}\pi$. Dus formule: $N = 10 + 20\sin\left(\frac{2}{25}\pi(t-5)\right)$.

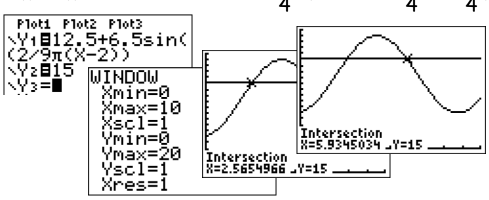
D12a $y_{\max} = 12{,}5 + 6{,}5 = 19$ en de periode is $9 \Rightarrow y$ maximaal 19 voor $x = 2 + \frac{1}{4} \cdot 9 = 2 + 2\frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$.

D12b $y_{\min} = 12{,}5 - 6{,}5 = 6$ en de periode is $9 \Rightarrow y$ minimaal 6 voor $x = 2 + \frac{3}{4} \cdot 9 = 2 + 6\frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$.

D12c $y(0) \approx 6{,}10$.



D12d $y = 15$ (intersect) $\Rightarrow x \approx 2{,}57$ en $x \approx 5{,}93$.



Gemengde opgaven 9. Rijen en goniometrie

G1a De rij u_n is een rr met beginterm $u_0 = 1000$ en verschil $v = -23 \Rightarrow$ directe formule: $u_n = 1000 - 23n$.
$u_n = 0 \Rightarrow 1000 - 23n = 0 \Rightarrow 23n = 1000 \Rightarrow n = \frac{1000}{23} \approx 43{,}5$. Dus $u_{43} > 0$ en $u_{44} < 0$.
$\sum_{k=0}^{43} u_k = \frac{1}{2} \cdot 44 \cdot (u_0 + u_{43}) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (1000 + 1000 - 23 \cdot 43) = 22242.$

G1b De rij v_n is een mr met beginterm $v_0 = 1000$ en factor $r = 0{,}96 \Rightarrow$ directe formule: $v_n = 1000 \cdot 0{,}96^n$.
$v_n > 500$ (TABLE) $\Rightarrow n \leq 16$.
$\sum_{k=0}^{16} v_k = \frac{1000 \cdot (1 - 0{,}96^{17})}{1 - 0{,}96} \approx 12510{,}33.$

G2a De rij u_n is een rr met beginterm $u_0 = 300$ en verschil $v = 6$.
Directe formule: $u_n = 300 + 6n$ en recursieve formule: $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_0 = 300$.
De rij v_n is een mr met beginterm $v_0 = 0{,}1$ en factor $r = 2$.
Directe formule: $v_n = 0{,}1 \cdot 2^n$ en recursieve formule: $v_n = 2 \cdot v_{n-1}$ met $v_0 = 0{,}1$.

G2b $v_n > u_n$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 12$. Dus vanaf $n = 12$.

G2c $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (u_0 + u_n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (300 + 300 + 6n) = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (600 + 6n).$
$T_n = \sum_{k=0}^{n} v_k = \frac{v_0 \cdot (1 - r^{n+1})}{1 - r} = \frac{0{,}1 \cdot (1 - 2^{n+1})}{1 - 2} = -0{,}1 \cdot (1 - 2^{n+1}).$
$T_n > S_n \Rightarrow -0{,}1 \cdot (1 - 2^{n+1}) > \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot (600 + 6n)$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 15$. Dus vanaf $n = 15$.

G3a Recursieve formule: $u_n = 0{,}9 \cdot u_{n-1} + 500$ met $u_0 = 10\,000$ (90% verdampt niet).

G3b $u_0 = 10\,000$ en dan $0{,}9 \cdot \text{Ans} + 500$ geeft $u_8 = 7152$ en $u_9 = 6937$.
Dus na 9 dagen.

G3c Blijf op ENTER drukken. Je krijgt de grenswaarde 5 000.
Of $0{,}1 \cdot \text{grenswaarde} = 500$ (verdampte hoeveelheid = bijgevulde hoeveelheid) $\Rightarrow$ grenswaarde $= 5000$.

G4a Recursieve formule: $u_n = 1{,}05 \cdot u_{n-1} + 1000$ met $u_0 = 10\,000$.

G4b Op 1 januari 2015 ($n = 10$) is het saldo € 28 866,84.
$u_0 = 10\,000$ en dan $1{,}05 \cdot \text{Ans} + 500$ geeft $u_{10} \approx 28\,866{,}84$.

G4c $u_{17} \approx 48\,760{,}55$ en $u_{18} \approx 52\,198{,}58$.
Dus op 1 januari 2005 + 18 = 2023 is het saldo voor het eerst meer dan € 50 000.

G4d Recursieve formule: $u_n = 1{,}05 \cdot u_{n-1} - 5000$ met op 1-1-2023 $u_0 = 52199 - 1000 - 5000 = 51199 - 5000 = 46199$.

G4e $u_{12} \approx 3381{,}13$ en $u_{13} \approx -1449{,}81$.
u_{12} hoort bij 1-1-2023 $\Rightarrow$ hij kan 13 keer € 5 000 opnemen.

G4f Hij heeft $10\,000 + 17 \cdot 1000 = 27\,000$ euro gestort.
Hij kan $13 \cdot 5000 + 3381 = 68\,381$ euro opnemen.
Dus $68\,381 - 27\,000 = 41\,381$ euro meer opgenomen dan gestort.

G5a De frequenties zijn 1, 0, 11, 39, 75, 59, 23, 14, 8, 7, 5, 4, 3 en 2.
Voer de lijsten in op de GR met STAT en dan Edit.
(in L1 het aantal ronden en in L2 de frequenties).
1-Var Stats L1, L2 geeft dan $\overline{x} \approx 5{,}99$. Dus gemiddeld 6 ronden.

G5b $T_n = \sum_{k=1}^{n} t_k = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (t_1 + t_n) = \frac{1}{2} n(150 + 152 - 2n) = \frac{1}{2} n(302 - 2n) = 151n - n^2.$

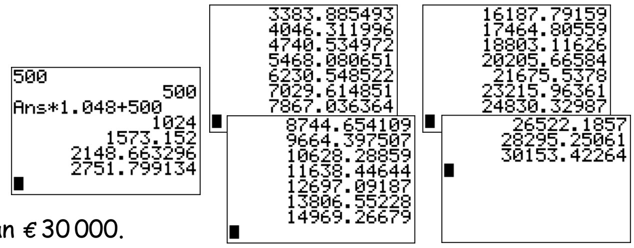
G5c $T_n \leq 30 \cdot 60 = 1800 \Rightarrow 151n - n^2 \leq 1800$ (TABLE) $\Rightarrow n \leq 13$.
Dus Joris kan in 30 minuten 13 volledige ronden afleggen.

G5d $\sum_{k=1}^{13} b_k = \frac{0{,}01 \cdot (1 - 2^{13})}{1 - 2} \approx 81{,}91 \Rightarrow$ de ouders betalen Joris dan € 81,91.

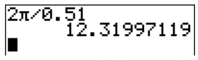
G6a Recursieve formule: $u_n = 1{,}048 \cdot u_{n-1} + 500$ met $u_0 = 500$.

G6b Op 1 januari 2015 ($n = 10$) is het saldo € 7 029,61.
$u_0 = 500$ en dan $1{,}048 \cdot \text{Ans} + 500$ geeft $u_{10} \approx 7\,029{,}61$.

G6c Stug doorgaan geeft: $u_{27} \approx 28\,295$ en $u_{28} \approx 30\,153$.
Dus op 1 januari $2005 + 28 = 2033$ is voor het eerst meer dan € 30 000.



G7a $h = 2{,}4 + 0{,}6\sin\big(0{,}51(t-3)\big)$ (in de eerste oplage staat 1,6; dat moet 0,6 zijn)

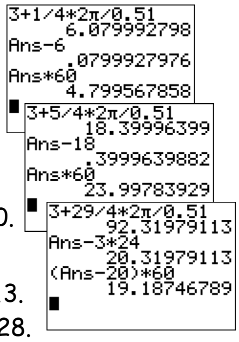


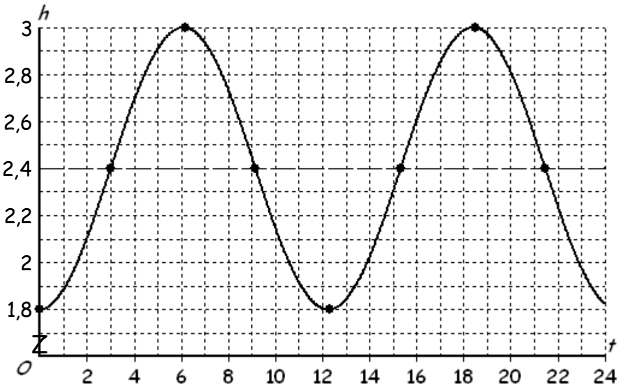
heeft evenwichtsstand 2,4; amplitude 0,6; periode $\frac{2\pi}{0{,}51} \approx 12{,}32$ en gaat stijgend door de evenwichtstand voor $t = 3$.
Zie de grafiek van h hiernaast.

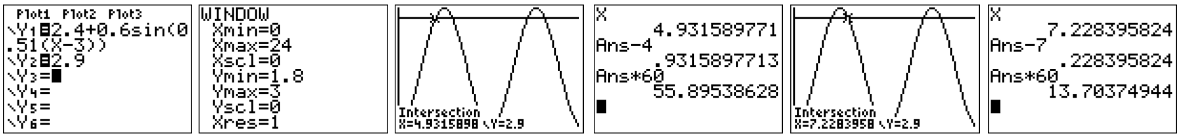
G7b Maximum voor $t = 3 + \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{0{,}51} \approx 6{,}080$
en $t = 3 + 1\frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{0{,}51} \approx 18{,}400$.
(of met de optie maximum)
Dus om 6:05 en om 18:24.

G7c 2^e keer voor $t = 3 + 7\frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{0{,}51} \approx 20{,}320$.
Dat is om 20:19.

G7d $h = 2{,}4 + 0{,}6\sin\big(0{,}51(t-3)\big) = 2{,}6 + 0{,}3$.
Intersect geeft $t \approx 4{,}932$ en $t \approx 7{,}228$.
Dat is tussen (zie plot) 4:56 en 7:14.



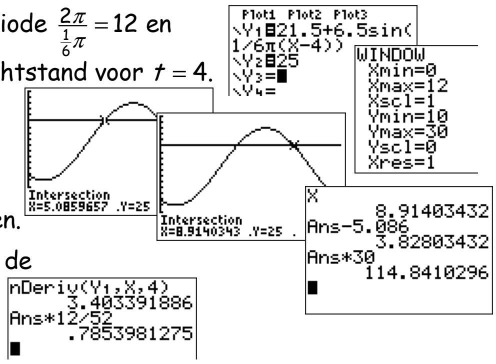


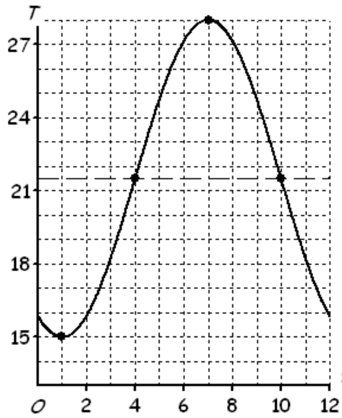


G8a Evenwichtsstand 21,5; amplitude 6,5; periode $\frac{2\pi}{\frac{1}{6}\pi} = 12$ en
de grafiek gaat stijgend door de evenwichtstand voor $t = 4$.
Zie de grafiek van T hiernaast.

G8b $T = 21{,}5 + 6{,}5\sin\left(\frac{1}{6}\pi(t-4)\right) = 25$.
Intersect geeft $t \approx 5{,}086$ en $t \approx 8{,}914$.
Dus gedurende 3,828 maanden ≈ 115 dagen.

G8c De stijging is het sterkst als de grafiek de
evenwichtstand passeert, dus voor $t = 4$.
$\left[\frac{dT}{dt}\right]_{x=4} \approx 3{,}40$ °C/maand ≈ 0,8 °C/week.





G8d Evenwichtsstand $a = 17{,}5$; amplitude $b = 17{,}5 - 15 = 2{,}5$; periode $p = 12 \Rightarrow c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$
en de grafiek gaat stijgend door de evenwichtstand voor $t = d = 2 + \frac{1}{4} \cdot 12 = 5$. Dus $W = 17{,}5 + 2{,}5\sin\left(\frac{1}{6}\pi(t-5)\right)$.

G9a maximum − minimum $= 6\,500 - 1\,500 = 5\,000$. Dus 5 000 cm^3 lucht per ademhaling (dit is per 15 seconden).

G9b Bij figuur G.1 is het *minuutvolume* $\frac{500}{6} \times 60 = 500 \times 10 = 5\,000$ cm^3 en
bij figuur G.2 is het *minuutvolume* $\frac{500}{15} \times 60 = 5\,000 \times 4 = 20\,000$ cm^3 $\Rightarrow$ de verhouding is $\frac{5000}{20000} = \frac{1}{4} = 1:4$.

G9c Evenwichtsstand $a = \frac{4000+3500}{2} = 3\,750$; amplitude $b = \frac{4000-3500}{2} = 250$; periode $p = 6 \Rightarrow c = \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{3}\pi$
en de grafiek gaat stijgend door de evenwichtstand voor $t = d = 0$. Dus $V = 3\,750 + 250\sin\left(\frac{1}{3}\pi t\right)$.

G9d Evenwichtsstand $a = \frac{6500+1500}{2} = 4\,000$; amplitude $b = \frac{6500-1500}{2} = 2\,500$; periode $p = 15 \Rightarrow c = \frac{2\pi}{15} = \frac{2}{15}\pi$
en de grafiek gaat stijgend door de evenwichtstand voor $t = d = 0$. Dus $V = 4\,000 + 2\,500\sin\left(\frac{2}{15}\pi t\right)$.

G9e Evenwichtsstand $a = 4\,200$; amplitude $b = 2\,500$; periode $p = \frac{60}{40} = 1{,}5 \Rightarrow c = \frac{2\pi}{1{,}5} = \frac{4}{3}\pi$ en de
grafiek gaat stijgend door de evenwichtstand voor $t = d = 0 + \frac{1}{4} \cdot 1{,}5$. Dus $V = 4\,200 + 2\,500\sin\left(\frac{4}{3}\pi(t - 0{,}375)\right)$.

G9f $V = 4\,200 + 2\,500\sin\left(\frac{4}{3}\pi(t-0{,}375)\right) = 6\,000$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 0{,}5669$ en $t \approx 0{,}9331$.
Per ademhaling: $(0{,}9331 - 0{,}56669)$ seconden.
Per minuut: $(0{,}9331 - 0{,}56669) \cdot 40 \approx 14{,}6$ seconden.